



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
 ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ & ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ,  
 ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ  
 ΠΕΡΙΦΕΡΕΙΑΚΗ Δ/ΝΣΗ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
 Δ/ΝΣΗ Δ/ΘΜΙΑΣ ΕΚΠ/ΣΗΣ ΤΡΙΚΑΛΩΝ  
**4<sup>ο</sup> ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΤΡΙΚΑΛΩΝ**  
 " ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ ΠΑΠΑΔΙΑΜΑΝΤΗΣ"  
 Ζηνοδότου 4, 42100 Τρίκαλα  
 ΤΗΛ. 2431-0-22403 FAX 2431-0-22450  
 e-mail : mail@4lyk-trikal.tri.sch.gr

ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ

ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ - ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΤΑΞΗ Β

ΜΑΘΗΜΑ : . ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΕΙΣΗΓΗΤΕΣ : ΑΛΜΠΙΑΝΗΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ

ΘΕΟΧΑΡΗΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ

ΚΕΦΑΛΑΣ ΙΩΑΝΝΗΣ.

**ΘΕΜΑ 1ο**

α) Να αποδείξετε ότι η εφαπτομένη του κύκλου  $x^2 + y^2 = \rho^2$  σε ένα σημείο του  $A(x_1, y_1)$

έχει εξίσωση  $xx_1 + yy_1 = \rho^2$ . (Μονάδες 10)

β) Δώστε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου δυο διανυσμάτων  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ . (Μονάδες 5)

γ) Να χαρακτηριστούν οι προτάσεις που ακολουθούν με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ)

i. Για οποιαδήποτε διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta} \neq \vec{0}$  ισχύει πάντα  $|\vec{\alpha}\vec{\beta}| = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$

ii. Το διάνυσμα  $\vec{\delta} = (B, -A)$  είναι παράλληλο στην ευθεία  $Ax + By + \Gamma = 0$  με  $A \neq 0$   
ή  $B \neq 0$

iii. Η διευθετούσα της παραβολής  $y^2 = 2px$  είναι παράλληλη στον άξονα  $yy'$

iv. Η εξίσωση της έλλειψης  $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} = 1$  με  $\alpha > \beta$  έχει εστίες τα σημεία  $E(0, \gamma)$  και

$E'(0, -\gamma)$

v. Αν δυο διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  με συντελεστές διεύθυνσης  $\lambda_1, \lambda_2$  αντίστοιχα είναι κάθετα

τότε  $\lambda_1 \cdot \lambda_2 = 1$

(Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ 2ο**

Έστω  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  δυο διανύσματα τέτοια, ώστε  $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}| = 1$  και  $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$

- i. Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο  $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$  (Μονάδες 5)
- ii. Αν για το διάνυσμα  $\vec{\delta}$  ισχύουν οι σχέσεις  $(\vec{\delta} - \vec{\beta}) // \vec{\alpha}$  και  $|\vec{\delta}| = \frac{\sqrt{3}}{2}$   
να αποδείξετε ότι
  - α)  $\vec{\delta} = -\frac{1}{2}\vec{\alpha} + \vec{\beta}$  (Μονάδες 10)    β)  $\vec{\alpha} \perp \vec{\delta}$  (Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ 3ο**

Δίνεται η εξίσωση  $\lambda^2(x+2y+3) + \lambda(y-x) - 2x - y - 3 = 0, \lambda \in \mathfrak{R}$

- α) Να βρείτε τις τιμές του  $\lambda$  για τις οποίες η εξίσωση παριστάνει ευθεία (Μονάδες 8)
- β) Δείξτε ότι όλες οι ευθείες που παριστάνει η εξίσωση διέρχονται από το ίδιο σημείο P, του οποίου να βρείτε τις συντεταγμένες (Μονάδες 7)
- γ) Για ποια τιμή του  $\lambda$  η ευθεία που προκύπτει είναι παράλληλη στον άξονα  $x x'$ , για ποια τιμή είναι παράλληλη στον άξονα  $y y'$  και για ποια τιμή είναι η διχοτόμος της  $1^{ης}$  και  $3^{ης}$  γωνίας. (Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ 4ο**

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + y^2 + 8\lambda^2 x - 8\lambda y + 16\lambda^2(\lambda^2 + 1) - 5 = 0, \lambda \in \mathfrak{R}$  (1)

Να αποδείξετε ότι:

- α) Η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο για κάθε  $\lambda \in \mathfrak{R}$  (Μονάδες 5)
- β) Οι κύκλοι που ορίζονται από την εξίσωση (1) είναι ίσοι μεταξύ τους. (Μονάδες 5)
- γ) Τα κέντρα όλων των παραπάνω κύκλων, ανήκουν σε παραβολή, της οποίας να βρείτε την εστία της και την διευθετούσα της. (Μονάδες 10)
- δ) Δυο μόνο από τους παραπάνω κύκλους, διέρχονται από την αρχή των αξόνων. (Μονάδες 5)

Τρίκαλα 21/5/2013

Ο Διευθυντής

Οι εισηγητές

ΑΛΜΠΙΑΝΗΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ

ΘΕΟΧΑΡΗΣ ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ

ΓΕΝΕΤΖΑΚΗΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ

ΚΕΦΑΛΑΣ ΙΩΑΝΝΗΣ