

ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ  
ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ – ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

ΤΑΞΗ: Β΄  
ΜΑΘΗΜΑ: Άλγεβρα

ΘΕΜΑΤΑ

**ΖΗΤΗΜΑ 1<sup>ο</sup>: Α.** Να δείξετε ότι ένα πολυώνυμο  $P(x)$  έχει παράγοντα το  $x-\rho$  αν και μόνο αν το  $\rho$  είναι ρίζα του  $P(x)$ , δηλαδή αν και μόνο αν  $P(\rho)=0$ . Μονάδες 11

**Β.** Να συμπληρώσετε, στην κόλλα σας, τα πιο κάτω κενά: (4)

i.  $\eta\mu x = \eta\mu\theta \Leftrightarrow \dots\dots\dots$  ii.  $e^x = \theta \Leftrightarrow x = \dots\dots\dots$

**Γ.** Χαρακτηρίστε στην κόλλα σας, τις πιο κάτω προτάσεις σωστές ή λάθος (5x2)

i. Ισχύει  $\eta\mu^2\omega = \frac{1}{1+\epsilon\phi^2\omega}$ .

ii. Η συνάρτηση  $f(x) = \rho\eta\mu(\omega x)$ , όπου  $\rho, \omega > 0$ , έχει περίοδο  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ .

iii. Ισχύει  $\log 3 \cdot \ln \frac{5}{7} > 0$ .

iv. Ισχύει η ισοδυναμία  $\sigma\upsilon\nu x = 1 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

v. Η συνάρτηση  $f(x) = e^x$  τέμνει τον άξονα  $x'$  στο σημείο  $A(1,0)$ .

**ΖΗΤΗΜΑ 2<sup>ο</sup>: Α.** Να αποδειχθεί ότι:  $\frac{\sigma\upsilon\nu^2\omega}{1+\epsilon\phi^2\omega} - \frac{\eta\mu^2\omega}{1+\sigma\phi^2\omega} = \sigma\upsilon\nu^2\omega - \eta\mu^2\omega$ . (10)

**Β.** Να λυθεί η εξίσωση:  $4\eta\mu^2x \cdot \sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu x$ . (15)

**ΖΗΤΗΜΑ 3<sup>ο</sup>:** Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = 2\alpha x^3 - (3\alpha - 2\beta)x^2 - (3\beta - \alpha)x - \alpha - 1$ .

**Α.** Να βρεθούν οι τιμές των  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ , ώστε το πολυώνυμο να έχει ρίζα την  $\rho=1$  και το υπόλοιπο της διαίρεσης του  $P(x)$  με το  $x$  να ισούται με  $-2$ . (12)

**Β.** Αν  $\alpha=1$  και  $\beta=-2$ , να λύσετε την εξίσωση  $P(x)=0$  (13)

**ΖΗΤΗΜΑ 4<sup>ο</sup>.** Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \left(\frac{2\alpha + 1}{\alpha - 1}\right)^x$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

**A.** Να βρεθούν οι τιμές του  $\alpha \in \mathbb{R}$  ώστε να ορίζεται στο  $\mathbb{R}$  η συνάρτηση. (6)

**B.** Να βρεθούν οι τιμές του  $\alpha \in \mathbb{R}$  ώστε η συνάρτηση να είναι γνησίως φθίνουσα στο  $\mathbb{R}$ . (6)

**Γ.** Αν η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα, να βρεθεί η τιμή του πραγματικού αριθμού  $\alpha$  ώστε να ισχύει  $f(1) - f(2) = 2f(3)$  (6)

**Δ.** Αν  $\alpha = -\frac{4}{3}$ , να λυθεί η ανίσωση  $f(e^{2x} + e^3) < f(e^{x+1} + e^{x+2})$  (7)

**Τρίκαλα 12-6-2013**

**Οι Εισηγητές**

Αλμπάνης Νικόλαος

Ζάχος Ζαχαρίας

Κεφάλας Ιωάννης