

ΑΛΓΕΒΡΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ – ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1. Για κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις να γράψετε το Σ (Σωστό) ή το Λ (Λάθος) δίπλα από κάθε πρόταση.

- ◆ Αν n περιττός και a αρνητικός πραγματικός αριθμός, τότε η εξίσωση $x^n = a$ είναι αδύνατη.
- ◆ Ισχύει ότι: $(a + \beta)^2 = a^2 - 2a\beta + \beta^2$.
- ◆ Αν $a > 0$, μ ακέραιος και n θετικός ακέραιος, τότε ισχύει $a^{\frac{\mu}{n}} = \sqrt[n]{a^\mu}$.
- ◆ Ισχύει $|x|^2 = x^2$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- ◆ Αν $a, \beta \geq 0$, τότε $\sqrt[n]{a \cdot \beta} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{\beta}$.
- ◆ Η εξίσωση $0 \cdot x = \beta$ είναι αδύνατη για κάθε $\beta \in \mathbb{R}$.
- ◆ Η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $a \neq 0$ έχει δύο ρίζες πραγματικές όταν $\Delta \leq 0$.
- ◆ Αν οι a, β, γ είναι τρεις διαδοχικοί όροι μιας αριθμητικής προόδου, τότε ισχύει $2\beta = a + \gamma$ και αντιστρόφως.
- ◆ Αν n άρτιος και a αρνητικός πραγματικός αριθμός, τότε η εξίσωση $x^n = a$ είναι αδύνατη.
- ◆ Ισχύει ότι: $(a - \beta)^2 = a^2 - 2a\beta + \beta^2$.
- ◆ Αν n περιττός και a αρνητικός πραγματικός αριθμός, τότε η εξίσωση $x^n = a$ είναι αδύνατη.
- ◆ Αν $a < \beta$ και $\gamma < \delta$, τότε ισχύει $a - \gamma < \beta - \delta$ για κάθε $a, \beta, \gamma, \delta \in \mathbb{Q}$.
- ◆ Αν $a > 0$, μ ακέραιος και n θετικός ακέραιος, τότε ισχύει $\sqrt[n]{a^\mu} = a^{\frac{\mu}{n}}$.
- ◆ Ισχύει $|a + \beta| = |a| + |\beta|$ αν a, β πραγματικοί αριθμοί με $a \cdot \beta \geq 0$.
- ◆ Ισχύει $|a| \geq -a$ για κάθε πραγματικό αριθμό a .
- ◆ Για κάθε $a, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει: $a^2 = \beta^2 \Leftrightarrow a = \beta$.
- ◆ $|x| = \theta, \theta > 0 \Leftrightarrow x = \theta$ ή $x = -\theta$.
- ◆ Για κάθε $a, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει: $|a + \beta| < |a| + |\beta|$.
- ◆ $x^3 = 8 \Leftrightarrow x = \pm 2$.
- ◆ Αν $\Delta > 0$ και $a > 0$, τότε ισχύει $ax^2 + \beta x + \gamma > 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- ◆ Ισχύει $|x| \leq |a| \Leftrightarrow -|a| \leq x \leq |a|$.
- ◆ Αν η εξίσωση $3x^2 + \beta x + \gamma = 0$ είναι αδύνατη στο \mathbb{R} , τότε και η ανίσωση $3x^2 + \beta x + \gamma > 0$ είναι αδύνατη στο \mathbb{R} .
- ◆ Αν $a \cdot \beta \neq 0$ και $a < \beta$, τότε $\frac{1}{a} > \frac{1}{\beta}$.
- ◆ Για κάθε $x \in \mathbb{Q}$ ισχύει: $\sqrt{x^2} = |x|$.

◆ Ισχύει $|x| \geq x$ και $|x| \leq x$.

◆ Αν $\alpha < \beta$, τότε και $\alpha^2 < \beta^2$.

2. Ομοίως:

a) $(-\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

b) $\alpha^3 - \beta^3 = (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)$

c) $\alpha^2 - 2\alpha + 4 = (\alpha - 2)^2$

d) $x^2 + x - 6 = (x - 3)(x + 2)$

e) $(x - y)^2 = x^2 - 2x(-y) + y^2$

f) $x^3 + y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$

g) $4 - w^2 = (w + 2)(2 - w)$

h) $x^2 - x - 2 = (x - 2)(x + 1)$

3. Ομοίως:

i) $3x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -2$

ii) $0x = -10$, αδύνατη

iii) $2x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = 4$

iv) $(x - 2)(x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ ή $x = 1$

v) Αν $\lambda(\lambda + 1) \neq 0$, τότε $(\lambda^2 + \lambda)x = (\lambda + 1)^2 \Leftrightarrow x = \frac{\lambda + 1}{\lambda}$

vi) $3x = 0$, αδύνατη

vii) $(x + 3)(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x = -3$ ή $x = 2$

viii) Αν $(\lambda - 1)(\lambda + 1) \neq 0$, τότε $(\lambda^2 - 1)x = \lambda - 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\lambda + 1}$

4. Να σημειώσετε το σωστό (Σ) ή το λάθος (Λ) στις παρακάτω προτάσεις:

α) Αν $2x^2 - 2x + 4 = 0$, τότε $x_1 + x_2 = -1$ και $x_1 \cdot x_2 = 2$

Σ Λ

β) Αν $S = \frac{5}{3}$ και $P = -\frac{7}{3}$, τότε $3x^2 - 5x - 7 = 0$

Σ Λ

γ) $x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow (x + 3)(x + 2) = 0$

Σ Λ

δ) Αν $\Delta > 0$, τότε η $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$ έχει δύο ρίζες άνισες

Σ Λ

ε) Αν $2x^2 - 2x + 4 = 0$, τότε $x_1 + x_2 = -1$ και $x_1 \cdot x_2 = 2$

Σ Λ

στ) Αν $S = \frac{5}{3}$ και $P = -\frac{7}{3}$, τότε $3x^2 - 5x - 7 = 0$

Σ Λ

ζ) $x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow (x + 3)(x + 2) = 0$

Σ Λ

η) Αν $\Delta > 0$, τότε η $ax^2 + bx + \gamma = 0$, $a \neq 0$ έχει δύο ρίζες άνισες

Σ Λ

5. α) Κυκλώστε τη σωστή απάντηση σε κάθε μια από τις παρακάτω ερωτήσεις:

i) Η ανίσωση: $4x \geq 0$ αληθεύει όταν: **A.** $x \geq 0$, **B.** $x > 0$, **C.** $x \geq 4$, **D.** $x \leq 0$, **E.** $x < 0$

ii) Η ανίσωση: $4x < 0$ αληθεύει όταν: **A.** $x \geq 0$, **B.** $x > 0$, **C.** $x \geq 4$, **D.** $x \leq 0$, **E.** $x < 0$

iii) Οι ανισώσεις $-5 < x < 8$ και $3 < x < 10$ συναληθεύουν για:

A. $-5 < x < 3$, **B.** $-5 < x < 10$, **Γ.** $8 < x < 3$, **Δ.** $8 < x < 10$, **E.** $3 < x < 8$

β) Κυκλώστε το σωστό (Σ) ή το λάθος (Λ) στις παρακάτω προτάσεις:

i) Αν $x + y > y$ τότε $x > 0$.

Σ Λ

ii) Αν $x < 7$ και $x > -10$, μπορούμε να γράψουμε $7 < x < -10$.

Σ Λ

Ανίσωση που ικανοποιεί ο x	Διάστημα στο οποίο ανήκει ο x
$1 \leq x \leq 2$	$x \in [1, 2]$

γ) Να συμπληρώσετε τον πίνακα,

όπως στην πρώτη γραμμή.

$-3 \leq x < 0$	
	$x \in (-\infty, 5)$
$x \geq 3$	
	$x \in (-2, 2]$

6. α) Κυκλώστε τη σωστή απάντηση σε κάθε μια από τις παρακάτω ερωτήσεις:

i) Η ανίσωση: $-4x \geq 0$ αληθεύει όταν: **A.** $x < 0$, **B.** $x \leq 0$, **C.** $x \geq 4$, **D.** $x \geq 0$, **E.** $x > 0$

ii) Οι ανισώσεις $-8 < x < -2$ και $-4 < x < 5$ συναληθεύουν για:

A. $-4 < x < -2$, **B.** $-8 < x < 5$, **Γ.** $-2 < x < 5$, **Δ.** $-8 < x < -4$, **E.** $-2 < x < 4$

β) Κυκλώστε το σωστό (Σ) ή το λάθος (Λ) στις παρακάτω προτάσεις:

i) Αν $x > 2$ και $x < -4$, μπορούμε να γράψουμε $-4 > x > 2$.

Σ **Λ**

ii) Αν $x > -y$, τότε $-x < y$.

Σ **Λ**

γ) Να συμπληρώσετε τον πίνακα,

όπως στην πρώτη γραμμή.

Ανίσωση που ικανοποιεί ο x	Διάστημα στο οποίο ανήκει ο x
$1 \leq x \leq 2$	$x \in [1, 2]$
	$x \in (0, 3]$
$x > -2$	
	$x \in (4, +\infty)$
$-3 < x < 3$	

7. α) Κυκλώστε το γράμμα με τη σωστή απάντηση στις παρακάτω ερωτήσεις:

(i) Αν $|x| = 2$, τότε είναι:

A. $x = 2$, **B.** $x = -2$, **Γ.** $x = 2$ ή $x = -2$, **Δ.** $-2 \leq x \leq 2$, **E.** $x \geq 2$

(ii) Αν $|x| = \alpha$, τότε είναι:

A. $x = \alpha$ ή $x = -\alpha$, **B.** $x = \alpha$, **Γ.** $x = -\alpha$, **Δ.** δεν μπορούμε να βγάλουμε συμπέρασμα,
E. $-\alpha \leq x \leq \alpha$

(iii) Αν $|x| \geq 3$, τότε είναι:

A. $x \leq -3$ ή $x \geq 3$, **B.** $-3 \leq x \leq 3$, **Γ.** $x \geq 3$, **Δ.** $x \leq -3$, **E.** $x = 3$ ή $x = -3$

β) Κυκλώστε το σωστό (Σ) ή το λάθος (Λ) στις παρακάτω προτάσεις:

(i) Για κάθε πραγματικό αριθμό x ισχύει: $|x^2| = x^2$.

Λ. **Σ.**

(ii) Αν $|3x + 1| = 9$, τότε $x = \frac{8}{3}$ ή $x = -\frac{10}{3}$

Λ. **Σ.**

(iii) Αν $|x + 2| > 0$, τότε $x + 2 > 0$

Λ. **Σ.**

8. α) Κυκλώστε το γράμμα με τη σωστή απάντηση στις παρακάτω ερωτήσεις:

(i) Αν $|x| \leq 2$, τότε είναι:

A. $x \geq -2$, **B.** $x \leq 2$, **Γ.** $x \geq 2$ ή $x \leq -2$, **Δ.** $-2 \leq x \leq 2$, **E.** $x \geq 2$

(ii) Αν $|x| = 3$, τότε είναι:

A. $x \leq -3$ ή $x \geq 3$, **B.** $-3 \leq x \leq 3$, **Γ.** $x \geq 3$, **Δ.** $x \leq -3$, **E.** $x = 3$ ή $x = -3$

(iii) Αν $\sqrt{32} = x$, τότε είναι:

A. $x = 4\sqrt{2}$, **B.** $x = 8$, **Γ.** $x = +16$ ή $x = -16$, **Δ.** $x = 16$, **E.** $x = 3\sqrt{2}$

(iv) Ο $\frac{4}{\sqrt{8}}$ είναι ίσος με:

A. $\frac{1}{2}$, B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$, Γ. $\sqrt{2}$, Δ. $\frac{\sqrt{2}}{4}$, Ε. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(v) Αν $\sqrt{18} = x$, τότε είναι:

A. $x = 6$, B. $x = 2\sqrt{3}$, Γ. $x = +9$ ή $x = -9$, Δ. $x = 9$, Ε. $x = 3\sqrt{2}$

(vi) Ο $\frac{5}{\sqrt{10}}$ είναι ίσος με:

A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$, B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$, Γ. $\frac{\sqrt{2}}{5}$, Δ. $\frac{\sqrt{10}}{2}$, Ε. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

β) Κυκλώστε το σωστό (Σ) ή το λάθος (Λ) στις παρακάτω προτάσεις:

(i) Για κάθε πραγματικό αριθμό x ισχύει: $|x^2| = x^2$. Λ. Σ.

(ii) Αν $|x + 1| = 8$, τότε $x = -7$ ή $x = 7$ Λ. Σ.

(iii) $\sqrt{(-6)^2} = 6$ Λ. Σ.

(iv) $\sqrt[16]{a^{12}} = a^{\frac{12}{16}} = \sqrt[4]{a^3}$ για κάθε $a \in \mathbb{R}$ Λ. Σ.

(v) $\sqrt{x^5} = x^3$ Λ. Σ.

(vi) Για κάθε πραγματικό αριθμό x ισχύει: $|x| \geq 0$. Λ. Σ.

(vii) Αν $|x - 3| = 4$, τότε $x = -7$ ή $x = 7$ Λ. Σ.

(viii) $\sqrt[10]{x^6} = x^{\frac{6}{10}} = \sqrt[5]{x^3}$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ Λ. Σ.

(ix) $\sqrt{(-5)^2} = 5$ Λ. Σ.

(x) $\sqrt[3]{x^6} = x^2$ Λ. Σ.